FS-1112: TERCER PARCIAL

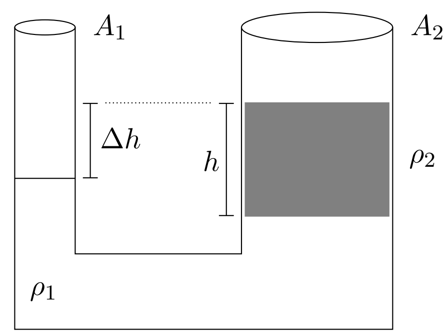
Universidad Simón Bolívar
Enero-Marzo 2017
Sartenejas, 29 de marzo de 2017

Nombre:____. Carnet:____________________. Sección:________.

Parte I: Selección simple (20 puntos). A continuación se presentan 10 planteamientos de selección simple con un valor de 2 puntos cada uno. Marque con una X la opción que considere correcta de cada planteamiento. Justifique cada una de las respuestas que haya escogido. Una opción marcada sin justificación será considerada como incorrecta. Cada planteamiento tiene una única respuesta correcta. Si marca más de una opción por planteamiento, será considerado como respuesta incorrecta. No hay factor de corrección.

De ser necesario, utilice las aproximaciones 0 °C = 273 K, $R = 8 \frac{\text{J}}{\text{mol K}}$.

Un tubo en forma de U tiene dos secciones transversales A_1 y $A_2 = 4A_1$. Inicialmente, un fluido de densidad ρ_1 se encuentra dentro del tubo y a la derecha se vierte otro fluido de densidad $\rho_2 = \frac{1}{3}\rho_1$ que queda flotando encima del primero (ver figura). Se sabe que la altura de la columna de líquido de densidad ρ_2 es h. Con base en esto, responda las siguientes dos preguntas:

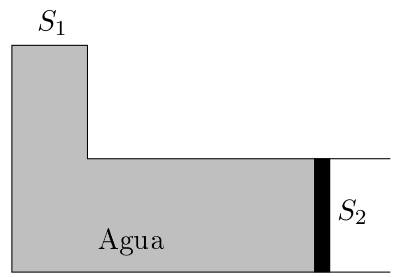


1. (2 pts.) La diferencia de altura Δh entre las dos interfaces superiores a la derecha y a la izquierda del tubo es:
   ( ) $\frac{1}{3}h$
   ( ) $\frac{3}{4}h$
   (X) $\frac{2}{3}h$
   ( ) $\frac{1}{2}h$
   ( ) Ninguna de las anteriores.

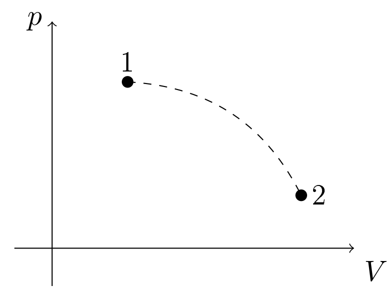
2. (2 pts.) Suponga que se coloca un objeto de masa m del lado derecho y este queda flotando sobre el fluido ρ_2. ¿Qué ocurre con la interfaz del fluido a la izquierda?:
   (X) Sube.
   ( ) Baja.
   ( ) Se mantiene igual.
   ( ) El resultado depende de m.
   ( ) Ninguna de las anteriores.

3. (2 pts.) Según la teoría cinética de gases, para un gas ideal contenido en un recipiente ¿cuál de las siguientes afirmaciones es cierta?:
   ( ) La energía interna del gas está dada por la energía cinética de las moléculas.
   ( ) Si el volumen del recipiente disminuye a T constante, entonces, la presión del gas debe aumentar.
   ( ) La temperatura del gas es una medida de la energía cinética promedio de las moléculas.
   ( ) La presión ejercida por el gas es debido a la colisión de las moléculas con las paredes del recipiente.
   (X) Todas las anteriores.

4. (2 pts.) La figura adjunta muestra una tubería de agua obstruida por un tapón (S_2). Se sabe que para destapar la tubería es necesario aumentar la fuerza sobre el tapón en F_o. Si un plomero utiliza un chupón de baño en el extremo de área $S_1 = \frac{1}{3}S_2$ para aumentar la presión sobre el agua. ¿Cuál será la presión mínima requerida para destapar la tubería?
( ) $3F_o$
( ) $\frac{1}{3}F_o$
( ) F_o
( ) $\frac{2}{3}F_o$
(X) Ninguna de las anteriores.



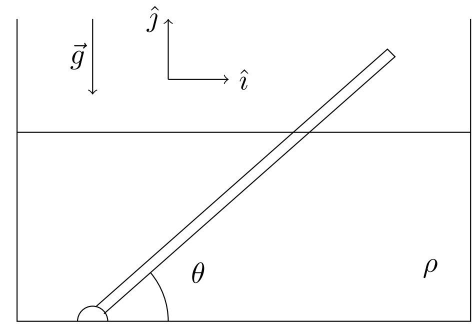
n moles de un gas monoatómico ideal dentro de un pistón son sometidos a un proceso irreversible que llevan al gas del estado 1 al estado 2 señalados en el diagrama $p-V$ adjunto. Se conocen las temperaturas en cada estado T_1 y $T_2 = \frac{1}{4}T_1$ y se sabe que $V_2 = 8V_1$. Con esta información, responda los dos siguientes planteamientos:



5. (2 pts.) Si el trabajo realizado por el gas en el proceso es $W = \frac{3}{8}nRT_1$, el calor absorbido por el gas en dicho proceso es:
( ) $\frac{3}{2}nRT_1$
( ) $\frac{3}{4}nRT_1$
( ) $-\frac{3}{2}nRT_1$
(X) $-\frac{3}{4}nRT_1$
( ) Ninguna de las anteriores.

6. (2 pts.) La variación de entropía del gas en dicho proceso es:
(X) 0
( ) $15nR\ln(2)$
( ) $-3nR\ln(2)$
( ) $2nR\ln(\frac{1}{2})$
( ) Ninguna de las anteriores.

7. (2 pts.) ¿Cuál la relación entre la velocidad cuadrática media del vapor de agua (H_2O) en el aire a $T_1 = 7$ °C y a $T_2 = 77$ °C? v_1 es la velocidad cuadrática media a T_1 y v_2 a temperatura T_2. La masa molar del agua es 18 $\frac{\text{g}}{\text{mol}}$
( ) $v_1 = \frac{1}{11}\, v_2$
(X) $v_1 = \sqrt{\frac{4}{5}}\, v_2$
( ) $v_2 = \sqrt{11}\, v_1$
( ) $v_1 = \sqrt{\frac{7}{11}}\, v_2$
( ) Ninguna de las anteriores.



Una barra cilíndrica de longitud L y área transversal A se encuentra sumergida parcialmente en un fluido de densidad ρ, con un tercio de su longitud fuera del fluido. La barra se encuentra en equilibrio formando un ángulo θ con la horizontal y su extremo inferior se encuentra conectado a una articulación en el fondo del recipiente que contiene al fluido (ver figura). Desprecie la contribución de la atmósfera.

8. (2 pts.) La fuerza neta ejercida por la articulación sobre la barra es:
(X) $\frac{2}{9}\,LA\rho\vec{g}$
( ) $\frac{1}{3}\,LA\rho g\,(-\mathrm{sen}\theta\,\hat{\imath} + \cos\theta\,\hat{\jmath})$
( ) $\frac{1}{3}\,LA\rho\vec{g}$
( ) $-\frac{1}{9}\,LA\rho\vec{g}$
( ) Ninguna de las anteriores.

9. (2 pts.) Suponga que ahora se añade otro fluido de densidad $\rho_1 < \rho$ en el recipiente (los dos fluidos no se mezclan) de forma que la barra termina completamente sumergida. ¿Qué ocurre con el ángulo (θ) que hace la barra con la horizontal una vez que se restablece la condición de equilibrio?
( ) Disminuye.
(X) Aumenta.
( ) No cambia.
( ) El resultado depende de cuán profunda queda sumergida la barra.
( ) Ninguna de las anteriores.

10. (2 pts.) 10 moles de un gas diatómico ideal se encuentran dentro de un pistón en presencia de un baño de agua y hielo en coexistencia ($T = 0$ °C). El gas es expandido reversiblemente sin variar su presión hasta que se duplica su volumen. ¿Qué cantidad de hielo se derritió debido al calor intercambiado durante la expansión? El calor latente de fusión por unidad de masa del hielo es $l = 320\ \frac{\mathrm{J}}{\mathrm{g}}$.
(X) No se derritió hielo debido al intercambio de calor.
( ) 273 g
( ) 171 g
( ) 239 g
( ) Ninguna de las anteriores.

Parte II: Problema de desarrollo (20 puntos). A continuación se presenta un problema que debe desarrollar. Justifique cada argumento siendo coherente, claro, conciso, ordenado y escribiendo con letra legible.

11. Una máquina térmica consta de un pistón que en su interior contiene n moles de un gas ideal con coeficiente adiabático $\gamma = \frac{3}{2}$. El gas se encuentra inicialmente a presión p_o y volumen V_o. La máquina es operada mediante el ciclo de tres procesos cuasiestáticos descritos a continuación:

    1. Se calienta a volumen fijo hasta triplicar su temperatura.
    2. Se retira de toda fuente y se le permite expandir hasta recobrar su temperatura inicial.
    3. Se comprime al gas sin variar su temperatura hasta recobrar las condiciones iniciales.

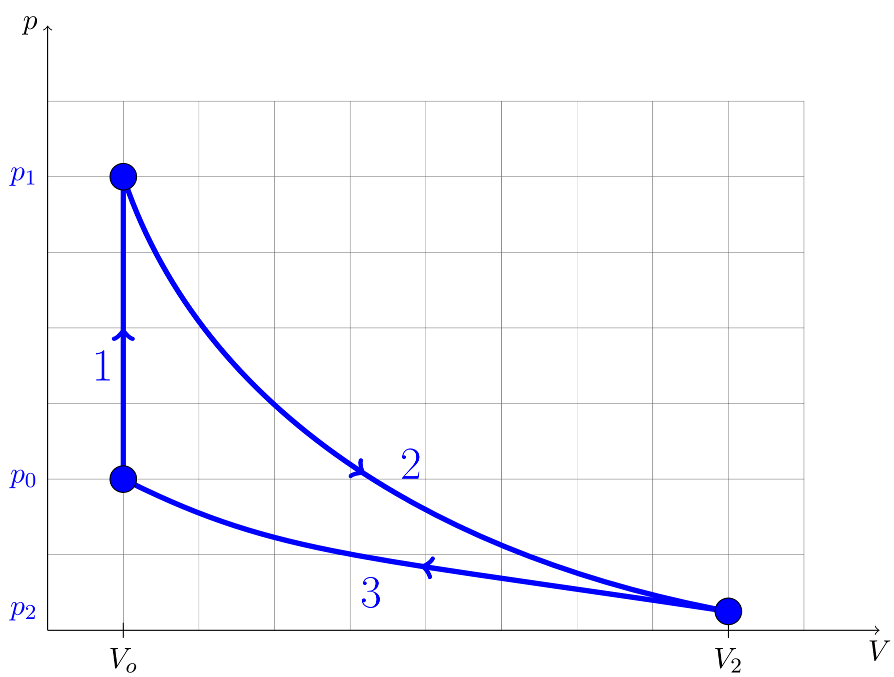
    Utilice subíndices 1 y 2 para denotar las condiciones finales de cada proceso (por ejemplo, p_2, V_2 y T_2 son presión, volumen y temperatura tras el proceso 2, respectivamente) y subíndices 1, 2 y 3 para denotar calores absorbidos, trabajos realizados y variaciones de energía en los respectivos procesos (por ejemplo, W_3 denota el trabajo realizado en el proceso 3). Con esta información:

    (a) (4 pts.) Grafique el diagrama de presión como función del volumen que describe el ciclo que opera a la máquina en el espacio dispuesto para ello. Sea claro señalando puntos relevantes (p_o, V_o, p_1, V_1, p_2 y V_2), numere cada proceso e indique la dependencia de p con V en los procesos 2 y 3.

    (b) (2 pts.) Calcule los calores específicos, c_v y c_p, del gas.

    (c) (2 pts.) Calcule la eficiencia de la Máquina de Carnot que opera entre las dos temperaturas a las que opera la máquina del problema.

    (d) (12 pts.) Llene la tabla que aparece en la siguiente página con las cantidades que se le solicitan. Los resultados deben quedar expresados en función de p_o, V_o, n y R.



	0	1	2	3	Neto
p	p_o	$3p_o$	$\frac{1}{9}p_o$	p_o	$***$
V	V_o	V_o	$9V_o$	V_o	$***$
T	$\frac{p_oV_o}{nR}$	$\frac{3p_oV_o}{nR}$	$\frac{p_oV_o}{nR}$	$\frac{p_oV_o}{nR}$	$***$
W	$***$	0	$4p_oV_o$	$-2p_oV_o \ln 3$	$2p_oV_o(2-\ln 3)$
Q	$***$	$4p_oV_o$	0	$-2p_oV_o \ln 3$	$2p_oV_o(2-\ln 3)$
ΔU	$***$	$4p_oV_o$	$-4p_oV_o$	0	0
ε	$1-\frac{1}{2}\ln 3$				

Respuestas:

(a) $(2) p \propto \frac{1}{V^{\frac{3}{2}}}$

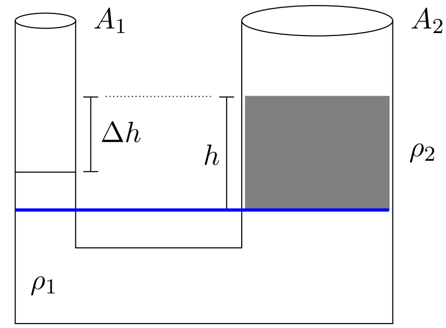
$(3) p \propto \frac{1}{V}$

(b) $C_v = 2R$

$C_p = 3R$

(c) $\varepsilon_{Carnot} = \frac{2}{3}$

Explicaciones



1. Al nivel de la línea azul, la presión en ambos líquidos es igual. Tomando en cuenta que la altura del líquido de ρ_1 sobre la línea azul es $h - \Delta h$, tenemos que:

   $$p_o + \rho_1(h - \Delta h) = p_o + \rho_2 h \implies \rho_1 h - \rho_1 \Delta h = \tfrac{1}{3}\rho_1 h \implies \boxed{\Delta h = \frac{2}{3}h}$$

---

2. El nivel del agua forzosamente $\boxed{\text{sube}}$. Al flotar el objeto sobre el agua, el líquido ejerce una fuerza de empuje sobre él, pero por acción y reacción, hay una fuerza que siente el líquido, la cual fuerza al fluido al otro lado a subir.

---

3. Se sabe que por la Ley Cinética de los Gases que para un gas $K = nCvT$, y para una molécula $\langle K \rangle = n\frac{1}{2}k_B T$ donde n son los grados de libertad. Además, por la ecuación de estado, $p = \frac{nRT}{V}$, por lo que si el volumen disminuye y la temperatura se mantiene constante, la presión aumenta. Adicionalmente, la presión la produce las colisiones de las partículas con las paredes del recipiente.

   Por ende, la respuesta correcta es $\boxed{\text{todas las anteriores}}$.

---

4. Si leemos bien el enunciado, nos daremos cuenta que nos piden la presión mínima. Como las cuatro primeras posibilidades son múltiplos de una fuerza, la respuesta correcta es $\boxed{\text{ninguna de las anteriores}}$.

---

5. Por primera ley de la termodinámica, $\Delta U = Q - W$. Como tenemos un gas monoatómico ideal $\Delta U = nC_v \Delta T$, donde $C_v = \frac{3}{2}R$, entonces:

   $$Q = \Delta U + W = \frac{3}{2}nR\left(\frac{1}{4}T_1 - T_1\right) + \frac{3}{8}nRT_1 \implies \boxed{Q = -\frac{3}{4}nRT_1}$$

---

6. Como estamos trabajando con un gas ideal, podemos tomar en cuenta que de la primera y segunda ley, $nC_v dT = TdS - pdV \implies dS = nC_v\frac{dT}{T} + p\frac{dV}{T}$. Tomando en cuenta que $p = \frac{nRT}{V}$ e integrando, tenemos que:

   $$\Delta S = nC_v \ln\left(\frac{T_f}{T_i}\right) + nR\ln\left(\frac{V_f}{V_i}\right) = \frac{3}{2}nR\ln\left(\frac{\frac{1}{4}T_1}{T_1}\right) + nR\ln\left(\frac{8v_1}{v_1}\right) = -3nR\ln 2 + 3nR\ln 2 \implies \boxed{\Delta S = 0}$$

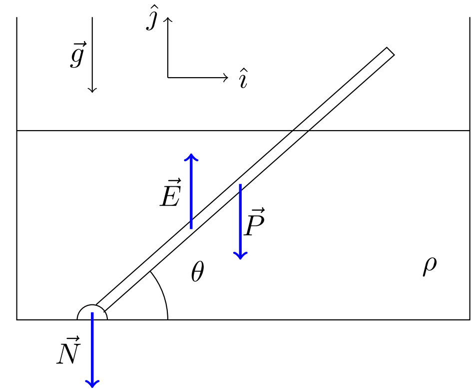
---

7. Asumiremos que el vapor de agua se comporta como un gas ideal. De la Teoría Cinética de los Gases, tenemos que $v_{rms} = \sqrt{\frac{3RT}{M}}$.

   Nos aseguramos que las temperaturas estén en Kelvins: $T_1 = 273 + 7 = 280$ K y $T_2 = 273 + 77 = 350$ K.

   Entonces $v_1 = \sqrt{\frac{3R(280)}{M}}$ y $v_2 = \sqrt{\frac{3R(350)}{M}}$. Dividimos v_1 entre v_2 para hallar la relación:

   $$\frac{v_1}{v_2} = \frac{\sqrt{\frac{3R(350)}{M}}}{\sqrt{\frac{3R(420)}{M}}} \implies \boxed{v_1 = \sqrt{\frac{4}{5}}v_2}$$



8. El diagrama de fuerzas se encuentra a la derecha. Sabemos que el empuje actuará sobre el centro de la porción sumergida, es decir, a $\frac{2}{3}L \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{3}L$ del soporte. Como no tenemos la densidad de la barra, tomamos la ecuación de equilibrio del torque respecto al centro de masa de la barra. El punto de efecto del empuje está a $\frac{1}{2}L - \frac{1}{3}L = \frac{1}{6}L$ del centro de masa.

   $$\sum \tau^{CM} = \frac{L}{2}\cos\theta N - \frac{L}{6}\cos\theta E = 0 \Rightarrow N = \frac{1}{3}E = \frac{2}{9}ALg$$

   Como la normal apunta hacia abajo, al igual que la gravedad, $\boxed{\vec{N} = \frac{2}{9}AL\vec{g}}$.

---

9. $\boxed{\text{Aumenta}}$, pues el líquido proporciona un empuje que ejercerá un torque, rompiendo el equilibrio y forzando a la barra a subir.

---

10. El calor absorbido por el gas durante el proceso es $Q = nC_p\Delta T$.

    Sea T_o la temperatura inicial del gas. Por ecuación de estado, $T_f = \frac{2p_oV_o}{nR} = 2T_o$, entonces $\Delta T = 2T_o - T_o = T_o$. Como $Q = nC_pT_o > 0$, el gas <u>absorbió</u> calor de la única fuente disponible, el agua y el hielo.

    Por lo tanto, $\boxed{\text{no se derritió hielo}}$, pues el calor absorbido por el hielo fue negativo. Como para el hielo $-Q = ml$ y el calor específico no puede ser negativo, entonces la masa lo es, lo cual se puede interpretar como que se congeló una masa de agua.

11. Notamos que el proceso 1 es isocórico, el 2 es adiabático y el 3 es isotérmico. Entonces:

(a)

En el proceso 2, $pV^{\gamma} = K$ donde K es una constante. Entonces $p = \frac{K}{V^{\frac{3}{2}}}$, es decir, $\boxed{p \propto \frac{1}{V^{\frac{3}{2}}}}$

En el proceso 3, $p = \frac{nRT}{V}$, pero nRT permanece contante, por lo que $\boxed{p \propto \frac{1}{V}}$.

(b)

Como $\gamma = \frac{C_p}{C_v}$ y $C_p = C_v + R$

$\frac{3}{2} = \frac{C_v + R}{C_v} \implies \boxed{C_v = 2R}$ y por ende, $C_p = C_v + R = 2R + R \implies \boxed{C_p = 3R}$

(d)

Variables de estado

El proceso 1 es a volumen constante, por lo tanto $\boxed{V_1 = V_o}$.

Recordamos por ecuación de estado que $T = \frac{pV}{nR}$, entonces $\boxed{T_o = \frac{p_o V_o}{nR}}$ y $\boxed{T_1 = 3T_o = 3\frac{p_o V_o}{nR}}$. Además, como el proceso 3 es isotérmico $\boxed{T_2 = T_o = \frac{p_o V_o}{nR}}$.

Entonces por ecuación de estado, $\boxed{p_1 = 3p_o}$.

En el proceso adiabático, $TV^{\gamma-1} = k$, con k constante, entonces:

$T_1 V_1^{\frac{3}{2}-1} = T_2 V_2^{\frac{3}{2}-1} \Rightarrow 3\frac{p_o V_o}{nR}(V_o)^{\frac{1}{2}} = \frac{p_o V_o}{nR}(V_2)^{\frac{1}{2}} \Rightarrow \boxed{V_2 = 9V_o}$

De la ecuación de estado obtenemos directamente que $\boxed{p_2 = \frac{1}{9}p_o}$.

Proceso 1

Como tenemos un proceso isocórico, el trabajo es nulo, entonces $\boxed{W_1 = 0}$

El calor viene dado por $Q_1 = nC_v \Delta T = 2nR\left(3\frac{p_o V_o}{nR} - \frac{p_o V_o}{nR}\right) \Rightarrow \boxed{Q_1 = 4p_o V_o}$

El cambio en la energía interna se halla por primera ley: $\Delta U_1 = Q_1 - \cancel{W_1} \Rightarrow \boxed{\Delta U_1 = 4p_o V_o}$

Proceso 2

$\boxed{Q_2 = 0}$ pues es un proceso adiabático.

El cambio de la energía interna es $\Delta U_2 = nC_v \Delta T = nR\left(\frac{p_o V_o}{nR} - 3\frac{p_o V_o}{nR}\right) \Rightarrow \boxed{\Delta U_2 = -4p_o V_o}$

El trabajo, por primera ley es $W_2 = \cancel{Q_2} - \Delta U_2 \Rightarrow \boxed{W_2 = 4p_o V_o}$.

Proceso 3

Como es un proceso isotérmico, $\boxed{\Delta U_3 = 0}$.

El trabajo para un proceso isotérmico es $W_3 = nRT \ln\left(\frac{V_f}{V_i}\right) = nR\frac{p_o V_o}{nR} \ln\left(\frac{V_o}{9V_0}\right) \Rightarrow \boxed{W_3 = -2p_o V_o \ln 3}$

Por primera ley, $Q_3 = \cancel{\Delta U_3} + W_3 \Rightarrow \boxed{Q_3 = -2p_o V_o \ln 3}$

<u>Neto</u>

El calor neto es la suma de todos los calores, por lo tanto

$Q_{neto} = Q_1 + \cancel{Q_2} + Q_3 = 4p_oV_o - 2p_oV_o \ln 3 \Rightarrow \boxed{Q_{neto} = 2p_oV_o(2 - \ln 3)}$.

El trabajo neto es la suma de todos los trabajos, es decir

$W_{neto} = \cancel{W_1} + W_2 + W_3 = 4p_oV_o - 2p_oV_o \ln 3 \Rightarrow \boxed{W_{neto} = 2p_oV_o(2 - \ln 3)}$.

Como es un proceso cíclico, $\boxed{\Delta U_{neto} = 0}$.

<u>Eficiencia</u> La eficiencia viene dada por

$$\varepsilon = \frac{W_{neto}}{Q_{abs}} = \frac{2p_oV_o(2 - \ln 3)}{4p_oV_o} \Rightarrow \boxed{\varepsilon = 1 - \frac{1}{2}\ln 3}$$

(c) La eficiencia de un ciclo de Carnot que trabaja en las temperaturas máximas y mínimas de este proceso sería $\varepsilon_{Carnot} = 1 - \dfrac{T_{min}}{T_{max}} = 1 - \dfrac{\frac{p_oV_o}{nR}}{3\frac{p_oV_o}{nR}} \implies \boxed{\varepsilon_{Carnot} = \dfrac{2}{3}}$.

Este parcial fue suministrado por el Prof. Kevin Ng y resuelto por Jean F. Gómez (15-10581) con asistencia del Prof. Ng para GUIAS USB